

Pratarmė

Matematika gali išpildyti svajones, jei sugebėsime į ją pažvelgti kaip į draugę ir bendražygę. Formulės, teoremos, taisyklės – kalba, kuria ji mums rodo kelią iki pačio aukščiausio kalno. Tai kalnas, nuo kurio atsiveria visas gyvenimas, visos darytos klaidos ir ateities lūkesčiai. Prisijaukinti tokią draugę ne kiekvienam pavyksta iš karto, tačiau kai tai įvyksta, suvokiame savo veiksmų racionalumą, sutaupome patį brangiausią gyvenime išteklių – laiką.

Manęs kaip matematikos mokytojo dažnai klausia, kam reikia vienos ar kitos funkcijos, kur jas galima panaudoti gyvenime. Viena vertus, šios knygelės tikslas yra atskleisti matematikos naudą iš gyvenimiškos pusės, o kita vertus, – šiek tiek eksperimentuoti. Skaitėte daug detektyvinių knygų, narpliojote jų siužetus. Ruošdamiesi kontroliniams sprendėte daug uždavinių, kad gautumėte geresnį pažymį ir praplėstumėte akiratį. Tačiau ar bandėte kada nors abu dalykus atlikti vienu metu? Kūrinyje įsijausite į pagrindinės veikėjos vaidmenį ir pasitelkę matematiką padėsite jai išsiaiškinti visas paslaptis bei išgelbėti pasaulį.

Kūrinio siužete glūdi edukacinė potekstė. Pasinėrę į nuotykius suprasite, kokie veiksmai žmoniją gali atvesti prie išnykimo. Galbūt, perskaitę knygą ir išsprendę visus uždavinius, tapsite geresniu, pozityvesniu žmogumi, kuris pasipriešins sistemai ir gražinsite į savo gyvenimą harmoniją – su gamta, gyvūnais bei svarbiausia – pačiu savimi.

Knygelė skirta abiturientams, ketinantiems laikyti matematikos egzaminą, bei visiems mokslui neabejingiems žmonėms. Kūrinys sudarytas iš įžangos ir dvylikos skyrių, kuriuose narpliojamas detektyvinis siužetas. Kiekviename skyriuje yra po aštuonis įvairaus sudėtingumo uždavinius iš skirtingų mokyklos kurso matematikos temų. Taigi iš viso turėsite išspręsti 100 uždavinių (4 įvade ir 96 visuose skyriuose). Visos būtinos formulės uždaviniams išspręsti yra pridėtos knygelės pabaigoje. Aplankę interneto puslapį www.matematikospamokos.lt, galėsite rasti visus atsakymus ir taip patikrinti savo sprendimus.

Jeigu pastebėsite klaidų ar turėsite pastabų, pasiūlymų, mielai jus išklausysiu – rašykite adresu m.praktikumas@gmail.com.

Tegul matematika būna jūsų ginklas, kuris nesukelia skausmo, o skatina tobulėti. Tegul matematika ne tik išpildo, bet ir sukuria svajones, paskatina pakeisti pasaulį. Svarbiausia – nenustokite tuo tikėti ir stokite į kovą jau šiandien.

Autorius

Įžanga

Kiek akys užmato žaliuojantys miškai ir natūralūs vandens telkiniai, kuriuose dienos šviesoje sužvilga iššokusi auksaspalvė, per daug žmonių norų išpildžiusi žuvelė. Laisvė, gamta ir saugumo jausmas atsispindėjo paveiksle, pakabintame „Silconium“ organizacijos direktoriaus kabinete. O pro dvidešimt penktame aukšte įrengto kabineto langus buvo matyti nualintos žemės vaizdai. Gamtos išteklių itin sumažėjo, šiltnamio efektas sunaikino didžiąją dalį ledynų, o žmonių aktyvumas taip sumenko, kad ligos dėl judėjimo trūkumo aplenkė vėžio susirgimus.

„Silconium“ – pasaulinio masto organizacija, prieš dvidešimtį metų pradėjusi gaminti pirmuosius robotus. Ištobulinus iki „C“ klasės, juos tapo sudėtinga atskirti nuo žmonių. Praminti šilkaveidžiais, jie rūpinosi pasaulio gerove ir tenkino žmonių įgeidžius. Pagrindiniai šilkaveidžių tikslai buvo palengvinti žmonių gyvenimą, kad šie daugiau laiko praleistų su savo šeimomis, taip pat dirbti mokslo, teisės, saugumo srityse ir taip padėti žmonėms analizuoti informacijos srautus, bei pateikti rekomendacijas, kokių veiksmų derėtų imtis.

Žemė nebepajėgė išmaitinti žmonijos, todėl šilkaveidžiai padėjo įvykdyti jau tris misijas į Marsą, prasidėjo kolonizacijos programos. Paskutiniosios „C“ klasės robotai jau sugebėjo evoliucionuoti ir mokytis iš kasdienių situacijų. Jiems buvo prieinama beveik visa informacija, jie realiuoju laiku galėjo gauti visą dominančią medžiagą, būtiną tyrimams. Vilniaus policijos departamentas įsigijo naujausios klasės šilkaveidę vardu Molė, kuri turėtų padėti narplioti nusikaltimus ir didinti saugumo lygį mieste.

Įsigijus naują robotą, pagal rekomendacijas reikėjo atlikti kelis testus – išbandyti jo gebėjimus mąstyti realiuoju laiku. Todėl departamento viršininkas per pietų pertrauką sukviėtė visus darbuotojus į Molės „inauguracijos“ ceremoniją. Jie kiek nepatikliai žvelgė į šią naujovę. Įkrovus šilkaveidę, pastarosios melsvos akys atsimerkė ir salėje, pilnoje detektyvų ir pareigūnų, nuvilnijo nuostabos šūksniai. Viršininkas kiek drebančiu balsu perskaitė pirmą instrukcijos klausimą:

– Jei šiais metais Žemėje gyvena 8.857 milijardo žmonių, o prieš metus jų skaičius buvo 8.425 milijardo, tai kiek žmonių gyvens mūsų planetoje po 20 metų?

Molė, prisijungusi prie statistikos departamento, rado formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti populiacijos augimą:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$$

Čia: $N(t)$ – gyventojų skaičius po „t“ metų nuo žinomų metų; t – laikas, metais; k – koeficientas; N_0 – gyventojų skaičius žinomais metais.

Pagal turimus duomenis šilkaveidė pirmiausia apskaičiavo, kokia yra konstantos „k“ reikšmė, tada nesunkiai sužinojo gyventojų skaičių po 20 metų, kurį suapvalino iki milijardų.

Uždavinys Nr. 1

Salėje pasigirdo plojimai, bet kartu ir nuogąstavimai dėl tokios informacijos, nes jau dabar didelė populiacija alino žemę. Savo ruožtu Molė žvelgė į visus su šypsena ir nuoširdumu, nes net ir pati nepalankiausia informacija turėjo būti perduodama ramiu tonu ir nekeliant įtampos.

Žmonių mityba per pastaruosius dešimtmečius kardinaliai pasikeitė. Jau darželiuose buvo vedamos specialios ugdymo pamokos, kurios privertė kitaip pažvelgti į maistą. Tačiau nebuvo jokios prievartos ir vyravo pasirinkimo laisvė. Darželiuose rodomuose filmukuose vienodai linksmi žaidė šuneliai ir paršeliai, nebuvo skatinami svarstymai, kodėl kiaulaitės su viščiukais iš pradžių būna animacinių filmų herojais, o vėliau tampa pietų stalo puošmena.

Dėl pasikeitusių gamtos sąlygų – išmetamųjų kenksmingų dujų, perdirbto maisto, nupurkštų daržovių ir vaisių – įsivyravo daug maisto netoleravimo ligų. Prie jau anksčiau egzistavusių gliuteno, laktozės, prisidėjo ir kofeino netoleravimo simptomai. Panašu, kad žmogus per šimtmečius buvo taip toksiškai veikiamas, kad pats organizmas nusprendė parodyti, kokie produktai jam tinka, o kokie ne. Deja, ne kiekvienas išmoko tą išgirsti.

Policijos viršininkas Molei perskaitė antrąjį klausimą:

– Atrenkama kažko netoleruojančių 240 žmonių grupelė: 200 netoleruoja laktozės, 150 gliuteno, o 50 kofeino. Jei 60 netoleruoja laktozės ir gliuteno, 40 – gliuteno ir kofeino, o 30 – kofeino ir laktozės, tai kiek yra žmonių, netoleruojančių visų mano išvardytų faktorių?

Molė pasisuko į viršininką ir nežymiai šyptelėjo:

– 100 %, tačiau daliai jų netoleruoti sekasi itin prastai.

Salėje pasigirdo juokas, kurį nutraukė tikslus Molės atsakymas į viršininko klausimą:

Uždavinys Nr. 2

– Skatindami vartojimą, verslininkai sukūrė ir mirties mašiną, kuri šiukšlėmis užvertė dalį pasaulio. Iš pradžių buvusi neperdirbama pakuotė padarė neatitaisomą žalą ir panaikino daug rojaus kampelių. Atostogų kryptys su balto smėlio paplūdimiais ėmė „puošti“ ir tonomis plastmasės atliekų. Į krantus „pasideginti“ išplukdomi banginiai su šimtais kilogramų plastiko pakuočių, spurga įpakuojama į vieną plastiką dėl higienos, į kitą – dėl ne derėjimo su šokoladine drauge, o į trečią – dėl reklaminių paveikslukų.

Nusipirktą vandens buteliuką jau seniai pakeitė rutulio formos vandens pripildyti „lašeliai“. Pastarieji padengti gamtoje lengvai suyrančiu higieniniu sluoksniu. O įsidėjus į burną atrodo, kad gauni gurkšnį tikro vandens ir formą laikantis sluoksniu dėl seilių išskiriamos medžiagos akimirksniu išnyksta.

Senąja technologija gaminamos vaisvandenių skardinės perdirbamos 100 %. Atrodo, kad žmonija suprato savo bėdą, bet didžioji dauguma gyventojų, pagauta masinio vartojimo, vis dar stipriau kenkia aplinkai nei jai padeda. „Zero waste“ judėjimai įgavo tokį pagreitį, kad pirkti naujus daiktus iš parduotuvės pasidarė nemadinga, o gero tono ženklas – panaudoti jau pagamintus.

– Mole, – viršininkas vėl kreipėsi į šilkaveidę. – Iš perdirbamo aliuminio pusės litro tūrio reikia pagaminti ritinio formos skardinę. Apatinio pagrindo kaina yra $0.33 \text{ €}/m^2$. (€ – Silcoinas – kriptovaliuta naudojama atsiskaityti visame pasaulyje). Jos šoninis paviršius yra daug plonesnis už pagrindą, todėl įkainotas $0.2 \text{ €}/m^2$. O viršutinis paviršius, nors nėra iš storo aliuminio, bet dėl atidarymo technologijos kainuoja $0.25 \text{ €}/m^2$. Kokie turi būti skardinės išmatavimai (spindulio ilgis ir aukštis), kad pagaminimo iš perdirbto aliuminio išlaidos būtų pačios mažiausios?

Molė, skardinę laikydama ritiniu, įvertino turimą informaciją ir paskaičiavo reikiamus dydžius (tiek aukštį, tiek spindulio ilgį pateikė centimetrais, suapvalinusi iki vienetų), o policijos viršininkas, paėmęs vaisvandenių skardinę, palygino gautus rezultatus.

Uždavinys Nr. 3

Salėje buvę darbuotojai susižvalgė ir, regis, nepasitikėjimas naujosiomis technologijos palaiptams dingę, o Molės potencialas sustiprėjo.

Šilkavidė pakilo nuo kėdės ir priartėjo prie departamento langų, kurie siekė grindis. Ji žvelgė į pasaulį už stiklo, analizavo aplinką ir tarė:

– Žmonės nėra iš prigimties blogi ir psichopatais negimsta. Viskas, net ir mažiausia smulkmena priklauso nuo tėvų ar globėjų auklėjimo. Keturmetis gali prisiminti, kaip jį nusivedė į kino teatrą ir ta aplinka, tas jausmas kino salėje gali paveikti jo pasirinkimą paauglystėje. Lygiai taip pat vaikystėje išgyventos traumos gali neveikti už empatiją atsakingų sričių ir žmogus iškreiptai suvoks, kas yra skausmas, saugumas.

Salė skendėjo tyloje, kone buvo galima just, kaip plaka detektyvų širdys, kaip įkvepiamas ir iškvepiamas oras. O Molė tęsė toliau:

– Šiandien jūs švenčiate mano pirmąją dieną policijos departamente ir vietoj to, kad kimštumėte tortą su penkiolika stabilizatorių, važiuokite namo ir apkabinkite savo žmoną ar vyrą. Pabučiuokite vaikus ir pamėtėkite pagali šuniui. Jūsų gyvenimas yra labai trumpas ir ateis laikas, kai suvoks, jog dalį jo pragyvenote beprasmiškai vaikydami paaukštinimo.

Darbuotojai susižvalgė tarpusavyje, o viršininkui linktelėjus galvą, salėje liko tik Molė, policijos viršininkas ir vyriausias detektyvas Vincentas Satas, kurį draugai vadino Vincu. Šilkavidė neatsitraukė nuo lango, kai prie jos priėjo detektyvas.

– Ką matai, žvelgdama pro langą, – paklausė Vincas.

– Paskolas, galimybes, neviltį, verslumą, toksiškumą. Suformuluok tikslesnį klausimą, – pasakė Molė, pažvelgdama Vincui tiesiai į akis.

– Mole, liko paskutinis tavęs testavimo klausimas, – įsiterpė policijos viršininkas.

– Bankas gali suteikti vartojimo paskolą su metine 8,51 % palūkanų norma. Mes pasiskoliname 30 000 € ir teišgalime kiekvieną mėnesį sumokėti po 500 €. Kaip manai, kiek mėnesių praeis, kol sumokėsime paskolą bankui?

Šilkavidė prisijungė prie centrinio banko duomenų bazės ir rado formulę, pagal kurią apskaičiuojamas išmokėtinas pinigų kiekis:

$$S(t) = 30000 \cdot e^{0.0851t} - 150 \cdot k \cdot (e^{0.0851t} - 1)$$

Čia: $S(t)$ – likęs išmokėti pinigų kiekis, t – išmokėjimo laikas mėnesiais, k – vieno mėnesio išmokėtina suma

Gavusi formulę, Molė $S(t)$ funkciją prilygino nuliui (tai reiškia visą išmokėtą paskolą), ir suskaičiavo, kiek mėnesių po 500 € reikės mokėti bankui paskolą. Rezultatą ji suapvalino mėnesių tikslumu.

Uždavinys Nr. 4

Policijos viršininkas linktelėjo Vincui, leisdamas suprasti, kad šilkaveidė darbai pasirengusi. Po kelių akimirų policijos vadas pasišalino iš susirinkimų salės. O Vincas su Mole liko prie lango, žvelgė į miestą ir į saulės spindulius keliaujančius salės grindimis.

Molė tapo naująja Vinco partnere, o pirmieji trys mėnesiai buvo nauja patirtis ir visam biurui, ir pačiam detektyvui. Viskas klostėsi sklandžiai, bylos buvo išsprendžiamos viena po kitos. Tačiau išaušo diena, kai policijos viršininką pasiekė dar neregėto masto atvejis, pasėjęs baimę visame mieste. Trys aukos reiškė serijinio žudiko braižą, tačiau nusikaltimo tyrėjams nepavyko rasti jokių įrodymų ir sulaikyti įtariamųjų.

Byla, gulėjusi ant viršininko stalo, greit atsidūrė Vinco rankose. Stora, pilna hipotezių, bet be jokių užuominų ir faktų. Byla, kuriai prireiks didžiausio žmogaus ir šilkaveidžio susivienijimo, kad sustabdytų sėjamą paniką ir žudynes.

„Plazdančio drugelio byla“.